□14□ □□□□□□□□□

□□□□□

1□□2021·□□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=ax\ln x$

□1□□ $a=1$ □□□ $f(x)$ □□□□□□

□2□□ $g(x)=f'(x)+x-(a^2+a)$ □□□□□□□□□□□□ a □□□□□.

□□□□□1□□□□□□□□ $\left(0,\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$ □□□□□□□□ $\left(\frac{1}{\mathrm{e}},+\infty\right)$ □□2□ $\{-1\}\cup(0,+\infty)$.

□□□□

□1□□□□□ $f'(x)$ □□□□□□□ $f'(x)<0$ □□□□□□□□□ $f'(x)>0$ □□□□□□□□

□2□□□ $g(x)=a\ln x+x-a^2$ □ $x\in(0,+\infty)$ □□ $a>0,a=0,a<0$ □□□□ $a>0$ □□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

$a=0$ □□□□□□□□□□□ $a<0$ □□ $g(x)$ □□□□ $g(-a)=a[\ln(-a)-1-a]$ □□□ $a=-1,-1<a<0,a<-1$ □□□□□□.

□□□□

□1□□ $a=1$ □□ $f(x)=x\ln x$ □□ $x>0$ □□□ $f'(x)=\ln x+1$.

□ $f'(x)<0$ □ $0<x<\frac{1}{\mathrm{e}}$ □□ $f'(x)>0$ □ $x>\frac{1}{\mathrm{e}}$.

□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□ $\left(0,\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$ □□□□□□□□ $\left(\frac{1}{\mathrm{e}},+\infty\right)$.

□2□□□□□ $g(x)=a\ln x+x-a^2$ □ $x\in(0,+\infty)$ □ $g'(x)=\frac{a}{x}+1=\frac{x+a}{x}$

① □ $a>0$ □□ $g'(x)>0$ □□□□ $g(x)$ □□□□□

$g(\mathrm{e}^a)=\mathrm{e}^a>0$ □□ $0<b<1$ □ $b<a^2$ □□ $g(b)=a\ln b+b-a^2<a\ln b<0$ □

□□□□□□□ $x_0\in(0,+\infty)$ □□ $g(x_0)=0$ □□□□□□

② □ $a=0$ □□ $g(x)=x$ □ $x\in(0,+\infty)$ □

$\therefore g(x)$ □□□□□□□□□□

③ □ $a<0$ □□□ $g'(x)=0$ □ $x=-a$ □

□ $x\in(0,-a)$ □ $g'(x)<0$ □ $g(x)$ □□□□□ $x\in(-a,+\infty)$ □ $g'(x)>0$ □ $g(x)$ □□□□.□□

$g(x)_{\min}=g(-a)=a[\ln(-a)-1-a]$.

□i□□ $a=-1$ □□ $g(-a)=0$ □□□□□□ $x_0=1$ □□□□□.

□ii□□ $a\in(-1,0)$ □□□ $p(x)=\ln(-x)-1-x$ □ $x\in(-1,0)$ □

□ $p'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}<0$ □□□ $p(x)$ □ $(-1,0)$ □□□□□

□ $p(-1)=0$ □□□ $p(x)<0$ □□ $a\in(-1,0)$ □ $\therefore g(x)_{\min}=g(-a)=a\cdot p(a)>0$ □

□□ $g(x)$ □□□□□□□□□.

□iii□□ $a\in(-\infty,-1)$ □□□□ $g(x)_{\min}=g(-a)<0$ □

□ $0<e^a<1<-a$ □ $g(e^a)=a\ln e^a+e^a-a^2=e^a>0$ □

$\therefore \exists x_1\in(e^a,-a)$ □□ $g(x_1)=0$ □

□ $h(x)=e^{2x}-3x^2(x>1)$ □□ $h'(x)=2e^{2x}-6x$ □

□ $m(x)=h'(x)=2e^{2x}-6x(x>1)$ □ $m'(x)=4e^{2x}-6>4e^2-6>0$ □

□□□□ $m(x)$ □ $h'(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□□ $h'(x)>h'(1)=2e^2-6>0$ □

□□ $h(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□ $-a>1$ □

∴ $g(e^{-2a}) = e^{-2a} - 3a^2 = h(-a) > h(1) = e^2 - 3 > 0$□

∴ $\exists x_2 \in (-a, e^{-2a})$□□□ $g(x_2) = 0$□

∴ $g(x)$□2□□□□□□□□.

□□□□□ a □□□□□□ $\{-1\} \cup (0,+\infty)$.

□□□□

□□□□□□□2□□□□□ $a<-1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

2□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{ax}{e^{2x}}+a$□ $e=2.71828\cdots$□□□□□□□□□ $a\in R$□ $a\neq 0$□.

□1□□ $f(x)$ □□□□□□

□2□□ $x=2$ □□□ $g(x)=xe^{x}f(x)-axe^{x}+\frac{1}{2}x^{2}-2x$□ $[0,+\infty)$ □□□□□□□□□□□ a □□□□□□

□3□□□□ $h(x)=|\ln x|-\frac{1}{a}f(x)-a+1$□□□□□□□□□□□ a □□□□□.

□□□□1□□□□□□□2□ $(-\infty,0)\cup(0,e]$ □□3□ $(-e^{2},0)\cup(0,+\infty)$.

□□□□

□1□□□□□□□□□□□ a □□□□□□□□□□□□□□

□2□□□□□□□□□□ $e^{x}-ax=0$□ $x\in(0,+\infty)$ □□□□□□□□□ $\varphi(x)=e^{x}-ax$ □□□□ a □□□□□□□□□□□□□□□ a □□□□

□□□□□

□3□ $h(x)=|\ln x|-\frac{x}{e^{2x}}-a$□ $x\in(0,+\infty)$□□ $y=\frac{x}{e^{2x}}$ □□□□ x □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ a □□□□□□□

□□□□

□□□1□ $\because f(x)=\frac{ax}{e^{2x}}+a$□ $\therefore f'(x)=\frac{a(1-2x)}{e^{2x}}$

□ $a>0$ □□ $x\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$ □□ $f'(x)>0$□ $f(x)$ □□□□ $x\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ □□ $f'(x)<0$□ $f(x)$ □□□□

当 $a<0$ 时，$x\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，$x\in\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增；

综上，当 $a>0$ 时，$f(x)$ 单调递增区间为 $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$，$f(x)$ 单调递减区间为 $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$；

当 $a<0$ 时，$f(x)$ 单调递增区间为 $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$，$f(x)$ 单调递减区间为 $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$；

（2）由题意可求得

$$g'(x)=\frac{a(2x-x^2)}{e^x}+x-2=\frac{(x-2)(e^x-ax)}{e^x},$$

因为 $x=2$ 是函数 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的唯一的极值点，

所以 $e^x-ax=0$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 内无变号根或无根.

设 $\varphi(x)=e^x-ax$，则 $\varphi'(x)=e^x-a$，

① 当 $a\le 1$ 且 $a\neq 0$ 时，$x\in(0,+\infty)$，$\varphi'(x)=e^x-a>0$，

所以 $\varphi(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，$\varphi(x)>\varphi(0)=1>0$，符合条件.

② 当 $a>1$ 时，令 $\varphi'(x)=e^x-a=0$ 得 $x=\ln a$，

$x\in(0,\ln a)$，$\varphi'(x)=e^x-a<0$，$\varphi(x)$ 递减，$x\in(\ln a,+\infty)$，$\varphi'(x)=e^x-a>0$，$\varphi(x)$ 递增.

所以 $\varphi(x)_{\min}=\varphi(\ln a)=a-a\ln a\ge 0$，即 $1<a\le e$；

综上所述，a 的取值范围为 $(-\infty,0)\cup(0,e]$

（3）由题意得：$h(x)=|\ln x|-\frac{1}{a}f(x)-a=|\ln x|-\frac{x}{e^{2x}}-a$，$x\in(0,+\infty)$，

令 $y=\frac{x}{e^{2x}}$，则 $y'=\frac{1-2x}{e^{2x}}$，所以 $y=\frac{x}{e^{2x}}$ 在 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 上单调递增，在 $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上单调递减.

□i□□ $x\in(1,+\infty)$ □□ $\ln x>0$ □□ $h(x)=\ln x-\frac{x}{e^{2x}}-a$ □□□ $h'(x)=e^{2x}\left(\frac{e^{2x}}{x}+2x-1\right)$.

□□ $2x-1>0$ □ $\frac{e^{2x}}{x}>0$ □□□ $h'(x)>0$ □□□ $h(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□.

□ii□□ $x\in(0,1)$ □□ $\ln x<0$ □□ $h(x)=-\ln x-\frac{x}{e^{2x}}-a$ □□□ $h'(x)=e^{2x}\left(-\frac{e^{2x}}{x}+2x-1\right)$.

□□ $e^{2x}\in(1,e^{2})$ □ $e^{2x}>1$ □ $0<x<1$ □ $\therefore\frac{e^{2x}}{x}>1$ □□ $-\frac{e^{2x}}{x}<-1$ □□ $2x-1<1$ □

□□ $h'(x)=e^{2x}\left(-\frac{e^{2x}}{x}+2x-1\right)<0$ □□□ $h(x)$ □ $(0,1]$ □□□□□.

□□□i□□ii□□□□□ $x\in(0,+\infty)$ □□ $h(x)\ge h(1)=-e^{2}-a$ □

□□□□ $h(x)=|\ln x|-\frac{1}{a}f(x)-a+1$ □□□□□□□□□□□ $h(1)=-e^{2}-a<0$ □

□ $a>-e^{2}$ □ $a\neq0$ □

□□ $a>-e^{2}$ □ $a\neq0$ □□

① □ $x\in(1,+\infty)$ □□ $h(x)=\ln x-\frac{x}{e^{2x}}-a>\ln x-\left(\frac{1}{e^{2}}+1\right)>\ln x-1-a$ □

$\therefore h(e^{a+1})>0$ □□ $h(x)$ □ $(1,e^{a+1})$ □□ 1 □□□□

② □ $x\in(0,1)$ □□ $h(x)=-\ln x-\frac{x}{e^{2x}}-a\ge-\ln x-\left(\frac{1}{2}e^{1}+a\right)>-\ln x-1-a$ □

$\therefore h(e^{1-a})>0$ □

□ $h(x)$ □ $(e^{a-1},1)$ □□ 1 □□□□

□□□ $a>-e^{2}$ □ $a\neq0$ □□ $h(x)$ □□□□□□

□ a □□□□□□ $(-e^{2},0)\cup(0,+\infty)$.

□□□□

□□

3□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=e^x-1-ax,g(x)=\ln\frac{1}{x}-a-1(a\in R)$□

□1□□□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□□ $x\geq1$ □□□ x □□□ $f(x)=g(x)+e$ □□□□□□□□□□□□ a □□□□□

□□□□1□□□□□□□□□□□□2□ $(-\infty,e+1]$ □

□□□□

□1□□□□□ $f'(x)=e^x-a$ □□ $a\leq0$ □□□□□□□ $a>0$ □□ $f'(x)$ □□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□ 0 □□□□□□□□□□□□□

□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□□□□ $F(x)=f(x)-g(x)-e=e^x-ax+\ln x-e+a(x\geq1)$ □□ $h(x)=F'(x)=e^x-a+\frac{1}{x}$ □□□□□□ $x\geq1$ □□□

□□□□ $F'(1)=e+1-a$ □□□ $a\leq e+1$ □ $a>e+1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $F(x)$ □□□□□□□□□□□ a □□□.

□□□□

□1□□□□□□ $f'(x)=e^x-a$ □□□

① □ $a\leq0$ □□ $f'(x)>0$ □□□□ $f(x)$ □ R □□□□□□ $f(0)=0$ □□□□□□□□□□□

② □ $a>0$ □□ $f'(x)=0$ □□ $x=\ln a$ □

∴ $f'(x)>0$ □ $x>\ln a$ □□□ $f(x)$ □ $(\ln a,+\infty)$ □□□□□

$f'(x)<0$ □ $x<\ln a$ □□□ $f(x)$ □ $(-\infty,\ln a)$ □□□□□

∴ $f(x)_{\min}=f(\ln a)=a-1-a\ln a$ □

□i□□ $\ln a=0$ □□ $a=1$ □□□ $f(x)\geq0$ □□□ $f(x)$ □□□□□□

□ii□□ $\ln a\neq 0$ □□□ $a\neq 1$ □□□ $f(\ln a)<f(0)=0$ □□ $x\to -\infty$ □□ $f(x)\to +\infty$ □ $x\to +\infty$ □□ $f(x)\to +\infty$ □□□□□□□□□

□□□□□□ $f(x)$ □ R □□□□□□

□□□□ $a\le 0$ □ $a=1$ □□□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $a=(0,1)\cup(1,+\infty)$ □□□□ $f(x)$ □□□□□□

□2□□ $F(x)=f(x)-g(x)-e=e^x-ax+\ln x-e+a(x\ge 1)$ □ $F'(x)=e^x-a+\dfrac{1}{x}$ □

□ $h(x)=e^x-a+\dfrac{1}{x}$ □ $h'(x)=\dfrac{x^2\cdot e^x-1}{x^2}$ □□ $x\ge 1$ □□ $x^2\ge 1$ □ $x^2e^x-1>0$ □

$\therefore$ $h'(x)>0$ □□ $(1,+\infty)$ □ $h(x)$ □□□□□□ $F'(x)$ □□□□□ $F'(1)=e+1-a$ □

① □ $e+1-a\ge 0$ □□ $a\le e+1$ □□ $x\in(1,+\infty)$ □□ $F'(x)>0$ □ $F(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□ $F(1)=0$ □□□□□ x □□□

$f(x)+\ln x-e=g(x)-a$ □□□□□□□□□□□

② □ $e+1-a<0$ □□ $a>e+1$ □□□□1□□ $e^x\ge ex$ □

$\therefore$ $F'(x)=e^x+\dfrac{1}{x}-a\ge ex+\dfrac{1}{x}-a$ □□ $F'(\dfrac{a}{e})\ge e\cdot\dfrac{a}{e}+\dfrac{e}{a}-a=\dfrac{e}{a}>0$ □□ $\dfrac{a}{e}>1$ □□ $\exists x_0\in(1,\dfrac{a}{e}),F'(x_0)=0$ □

□ $x\in(1,x_0)$ □□ $F'(x)<0,F(x)$ □□□□□□ $F(x)<F(1)=0$ □

$\therefore$□ $[1,x_0)$ □□□□ x □□□ $f(x)+\ln x-e=g(x)-a$ □□□□□□1□

□ $x\in(x_0,+\infty)$ □□ $F'(x)>0,F(x)$ □□□□□□ $F(a)=e^a+\ln a-a^2+a-e>e^a-a^2+1$ □□ $k(x)=e^x-x^2+1(x\ge 1)$ □

□ $s(x)=k'(x)=e^x-2x,s'(x)=e^x-2\ge e-2>0$ □□ $k'(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□ $k'(x)>k'(1)>0$ □

$\therefore$ $x>1$ □□ $k(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□ $k(a)>k(1)>0$ □□ $F(a)>0$ □□ $a>\dfrac{a}{e}>x_0$ □□□□□□□□□□□□ $\exists x_1\in(x_0,a)$ □

$F(x_1)=0$ □

$\therefore$□ $a>e+1$ □□□ x □□□ $f(x)+\ln x-e=g(x)-a$ □□□□□□□□

□□□□ $x\ge1$ □□□ x □□□ $f(x)=g(x)+e$ □□□□□□□□□□□ $a\le e+1$ □

□□□□

□□□□□□

□1□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□2□□ $F(x)=f(x)-g(x)-e=e^x-ax+\ln x-e+a(x\ge1)$ □□□□□□□ $F(x)$ □□□□□ $F(1)=e+1-a$ □□□ $a\le e+1$ □

$a>e+1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ $F(x)$ □□□□□□.

4□□2021·□□·□□□□□□□□□□□ $f(x)=xe^x-2ax+a$.

□1□□ $a=4$ □□□ $f(x)$ □ $(1,f(1))$ □□□□□□□

□2□□ $g(x)=2e^x-ax^2$ □□ $h(x)=f(x)-g(x)$ □□□□□□□ a □□□□□.

□□□□□1□ $y=(2e-8)x-e+4$ □□2□ $(0,+\infty)$.

□□□□

□1□□□ $f(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□□□□□□□ $f(1)$ □□□□□□□□□□

□2□□□ $h(x)$ □□□□□□ a □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□□□1□□ $a=4$ □□ $f(x)=xe^x-8x+4$ □ $f(1)=e-4$ □

$f'(x)=xe^x+e^x-8$ □ $f'(1)=2e-8$ □

∴□□□□□ $y-(e-4)=(2e-8)(x-1)$ □ $y=(2e-8)x-e+4$ □

□2□∵ $h(x)=f(x)-g(x)=(x-2)e^x+a(x-1)^2$ □

∴ $h(x)=(x-1)(e^x+2a)$.

① □ $a>0$ □□ $h(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□□ $(-\infty,1)$ □□□□□.

$\because h(1)=-e<0$□$h(2)=a>0$，$\therefore h(x)$□$(1,+\infty)$□□□□□□□□□.

□b□□$b<0$□□$b<\ln\frac{a}{2}$□□$h(b)>\frac{a}{2}(b-2)+a(b-1)^2=a\left(b^2-\frac{3}{2}b\right)>0$.

□$h(x)$□□□□□□□□.

② □$a=0$□□$h(x)=(x-2)e^x$□□□$h(x)$□□□□□□.

③ □$a<0$□□□$h'(x)=0$□□$x=1$□$x=\ln(-2a)$.

□$a=-\frac{e}{2}$□□$h'(x)=(x-1)(e^x-e)$□$h'(x)\ge 0$□□□□$\therefore h(x)$□R□□□□□.

□$a>-\frac{e}{2}$□□□$\ln(-2a)<1$.□$x<\ln(-2a)$□$x>1$□□$h'(x)>0$□

□$\ln(-2a)<x<1$□□$h'(x)<0$.

$\therefore h(x)$□$(-\infty,\ln(-2a))$□$(1,+\infty)$□□□□□□□$(\ln(-2a),1)$□□□□□.

□$a<-\frac{e}{2}$□□□$\ln(-2a)>1$.□$x\in(-\infty,1)$, $x\in(\ln(-2a),+\infty)$□$h'(x)>0$□

□$x\in(1,\ln(-2a))$□□$h'(x)<0$.

$\therefore h(x)$□$(-\infty,1)$□$(\ln(-2a),+\infty)$□□□□□□□$(1,\ln(-2a))$□□□□□

□$a<0$□□$\because h(1)=-e<0$□

$h(\ln(-2a))=(-2a)[\ln(-2a)-2]+a[\ln(-2a)-1]^2=a[(\ln(-2a)-2)^2+1]<0$.

$\therefore h(x)$□□□□□□□□.

□□□$h(x)=f(x)-g(x)$□□□□□a□□□□□□$(0,+\infty)$.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

5□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=e^x-ax^2-bx-1$ □□□ $a,b\in R$ □ $e=2.71828\cdots$ □□□□□□□□.

□Ⅰ□□ $g(x)$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $g(x)$ □□□ $[0,1]$ □□□□□□

□Ⅱ□□ $f(1)=0$ □□□ $f(x)$ □□□ $(0,1)$ □□□□□□ a □□□□□

□□□□□Ⅰ□□ $a\le\frac{1}{2}$ □□ $g(x)\ge g(0)=1-b$ □□ $\frac{1}{2}<a\le\frac{e}{2}$ □□ $g(x)\ge 2a-2a\ln(2a)-b$ □

□ $a>\frac{e}{2}$ □□ $g(x)\ge e-2a-b$.□Ⅱ□ a □□□□ $(e-2,1)$.

□□□□

□□□□□□Ⅰ□□□ $g(x)=e^x-2ax-b,g'(x)=e^x-2a$ □□□□ a □□□□ $g(x)$ □□□□□□□□ $g(x)$ □ $[0,1]$ □□□□□□□□ $g(x)$ □

$[0,1]$ □□□□□.□Ⅱ□□ x_0 □ $f(x)$ □□□ $(0,1)$ □□□□□□□□□□ $f(0)=0,\ f(1)=0$.□□□□□□□□□□□□□□□ $g(x)$ □□□ $(0,x_0)$ □□□

□□ x_1 □ $g(x)$ □□□ $(x_0,1)$ □□□□□ x_2 □□ $g(x)$ □□□ $(0,1)$ □□□□□□□□□. □□Ⅰ□□□□□ $a\le\frac{1}{2}$ □ $a\ge\frac{e}{2}$ □□ $g(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□

□□□□.□□ $\frac{1}{2}<a<\frac{e}{2}$.□□□ $g(x)$ □ $[0,\ln 2a]$ □□□□□□□ $[\ln 2a,1]$ □□□□□□□□ $x_1\in(0,\ln(2a)],x_2\in(\ln(2a),1)$ □□□□

$g(0)=1-b>0,g(1)=e-2a-b>0$.□ $f(1)=e-a-b-1=0$ □□ $b=e-a-1$ □□□□□□□□□□□□ a □□□□□.

□□□□□□Ⅰ□ $g(x)=e^x-2ax-b,g'(x)=e^x-2a$

① □ $a\le 0$ □□ $g'(x)=e^x-2a>0$ □□□ $g(x)\ge g(0)=1-b$.

② □ $a>0$ □□□ $g'(x)=e^x-2a>0$ □ $e^x>2a,x>\ln(2a)$.

□ $a>\frac{1}{2}$ □□ $\ln(2a)>0$ □□ $a>\frac{e}{2}$ □□ $\ln(2a)>1$.

□□□ $0<a\le\frac{1}{2}$ □□ $g(x)$ □ $[0,1]$ □□□□□□□□ $g(x)\ge g(0)=1-b$.

□ $\frac{1}{2}<a\le\frac{e}{2}$ □□ $g(x)$ □ $[0,\ln 2a]$ □□□□□□□ $[\ln 2a,1]$ □□□□□□□□ $g(x)\ge g(\ln 2a)=2a-2a\ln 2a-b$.

□ $a>\frac{e}{2}$ □□ $g(x)$ □ $[0,1]$ □□□□□□□□ $g(x)\geq g(1)=e-2a-b$.

□II□□ x_0 □ $f(x)$ □□□ $(0,1)$ □□□□□□□□□ $f(0)=\ (x_0)=0$ □□□

$f(x)$ □□□ $(0,x_0)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□.

□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□.

□ $g(x)$ □□□ $(0,x_0)$ □□□□□ x_1.

□□ $g(x)$ □□□ $(x_0,1)$ □□□□□ x_2.

□□ $g(x)$ □□□ $(0,1)$ □□□□□□□□.

□□I□□□□ $a\leq\frac{1}{2}$ □□ $g(x)$ □ $[0,1]$ □□□□□□□ $g(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□□.

□ $a\geq\frac{e}{2}$ □□ $g(x)$ □ $[0,1]$ □□□□□□□ $g(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□□.

□□ $\frac{1}{2}<a<\frac{e}{2}$.

□□□ $g(x)$ □ $[0,\ln 2a]$ □□□□□□□ $[\ln 2a,1]$ □□□□□□

□□ $x_1\in(0,\ln(2a)],x_2\in(\ln(2a),1)$ □□□

$g(0)=1-b>0,g(1)=e-2a-b>0$.

□ $f(1)=e-a-b-1=0$ □□ $a+b=e-1<2$ □□

$g(0)=1-b=a-e+2>0,g(1)=e-2a-b=1-a>0$.

□□ $e-2<a<1$.

□ $e-2<a<1$ □□ $g(x)$ □□□ $[0,1]$ □□□□□ $g(\ln(2a))$.

□ $g(\ln(2a))\geq 0$ □□ $g(x)\geq 0(x\in[0,1])$ □

□□ $f(x)$ □□□ $[0,1]$ □□□□□□□□ $f(0)=f(1)=0$ □□□□□ $g(\ln(2a))<0$.

□ $g(0)=a-e+2>0, g(1)=1-a>0$ □

□□□ $g(x)$ □ $(0,\ln(2a))$ □ $(\ln(2a),1)$ □□□□□□□□ x_1 □ x_2 .

□□□□ $f(x)$ □ $[0,x_1]$ □□□□□□□ (x_1,x_2) □□□□□□□ $[x_2,1]$ □□□□□.

□□ $f(x_1)>f(0)=0$ □ $f(x_2)<f(1)=0$ □

□ $f(x)$ □ (x_1,x_2) □□□□.

□□□□□ a □□□□□□ $(e-2,1)$.

□□□□□□□□□□□□□□□□□.

6□□2021·□□□□·□□□□□□□□□□□□ $f(x)=e^x-ax$ □

□1□□□□ $y=f(x)$ □□□□□□□ a □□□□□□

□2□□ $x\geq 0$ □ $f(x)\geq 2-\cos x$ □□ a □□□□□□

□□□□

□1□ $(e,+\infty)$

□2□ $(-\infty,1]$

□□□□

□1□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

(2) □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□1□

□□□ $f(x)=e^x-ax$ □□ $f'(x)=e^x-a$ □

□ $a\leq 0$ □□ $f'(x)\geq 0$ □ $f(x)$ □□□□□ $f(x)$ □ □□□□□□□□□□□□□□

□$a>0$□□$f'(x)=0$□□$x=\ln a$□□$x<\ln a$□□$f'(x)<0$□$f(x)$□□□□

□$x>\ln a$□□$f'(x)>0$□$f(x)$□□□□□$f(x)$□$x=\ln a$□□□□□□$f(\ln a)$□□□□□□□□

□$x\to-\infty$□□$f(x)\to+\infty$□$x\to+\infty$□□$f(x)\to+\infty$□□□$f(x)$□□□□□□□□$f(\ln a)<0$□□$e^{\ln a}-a\ln a<0$□□□

$a>e$□ $f(0)=1>0,\ f(a)=e^{a}-a^{2}>e^{e}-e^{2}>0$□

□□□$f(x)$□□□□□□□a□□□□□□$(e,+\infty)$□

□2□

□□□□□$g(x)=f(x)+\cos x-2$□□$g(x)=e^{x}-ax+\cos x-2$□

□$g'(x)=e^{x}-\sin x-a$□$g'(0)=1-a$□$g(0)=0$□

① □$a\le 1$□□$g'(0)\ge 0$□□$h(x)=g'(x)=e^{x}-\sin x-a$□□$h'(x)=e^{x}-\cos x$□□$x\ge 0$□□

$h'(x)=e^{x}-\cos x\ge 1-\cos x\ge 0$□□$h(x)$□$g'(x)$□$x\ge 0$□□□□□□□$g'(x)\ge g'(0)=1-a\ge 0$□

□□$g(x)$□$x\ge 0$□□□□□□□$g(x)\ge g(0)=0$□□□$f(x)\ge 2-\cos x$□□□

② □$a>1$□□$g'(0)<0$□$g'(\ln(a+2))=e^{\ln(a+2)}-\sin(\ln(a+2))-a=2-\sin(\ln(a+2))>0$□

□$\exists x_0\in(0,\ln(a+2))$□□□$g'(x_0)=0$□□□□□$g'(x)=e^{x}-\sin x-a$□$x\ge 0$□□□□□□

□□$0<x<x_0$□□$g'(x)<0$□□$g(x)$□□□□□□□$g(x)<g(0)=0$□□□□□□□

□□□□□a□□□□□□$(-\infty,1]$□

7□□2021·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)=xe^{x}-ax^{2}-2ax$.

□1□□□□$f(x)$□□□□□

□2□□$f(x)$□□□□□□□□a□□□□□.

□□□□□1□□□□□□□2□$\left(\frac{1}{e},\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$.

□□□□

□1□□□□□□□□□□□ a □□□□□□□□□□□□□□

□2□ $f(x)=x(e^x-ax-2a)$ □□□ $f(x)$ □□□□□0□□ $g(x)=e^x-ax-2a$ □

□□ $f(x)$ □□□□□□□□□ $g(x)=e^x-ax-2a$ □□□□□0□□□□□□□□□□□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□

□□□□

□1□ $f(x)=xe^x-ax^2-2ax$ □□□□□ R □

$f'(x)=e^x+xe^x-2ax-2a=e^x(x+1)-2a(x+1)=(x+1)(e^x-2a)$

①□ $a\le 0$ □□ $f(x)$ □ $(-\infty,-1)$ □□□□□□ $(-1,+\infty)$ □□□□□

②□ $a>0$ □□□ $f'(x)=0$ □ $x=-1$ □ $x=\ln(2a)$ □

□i□□ $a=\frac{1}{2e}$ □□ $f(x)$ □ R □□□□□□

□ii□□ $0<a<\frac{1}{2e}$ □□ $f(x)$ □ $(-\infty,\ln(2a))$ □□□□□□ $(\ln(2a),-1)$ □□□□□□ $(-1,+\infty)$ □□□□□

□iii□□ $a>\frac{1}{2e}$ □□ $f(x)$ □ $(-\infty,-1)$ □□□□□□ $(-1,\ln(2a))$ □□□□□□ $(\ln(2a),+\infty)$ □□□□.

□□□□ $a\le 0$ □□ $f(x)$ □ $(-\infty,-1)$ □□□□□□ $(-1,+\infty)$ □□□□□

□ $0<a<\frac{1}{2e}$ □□ $f(x)$ □ $(-\infty,\ln(2a))$ □□□□□□ $(\ln(2a),-1)$ □□□□□□ $(-1,+\infty)$ □□□□□

□ $a=\frac{1}{2e}$ □□ $f(x)$ □ R □□□□□□

□ $a>\frac{1}{2e}$ □□ $f(x)$ □ $(-\infty,-1)$ □□□□□□ $(-1,\ln(2a))$ □□□□□□ $(\ln(2a),+\infty)$ □□□□.

□2□ $f(x)=xe^x-ax^2-2ax=x(e^x-ax-2a)$ □□□ $f(0)=0$ □□ $f(x)$ □□□□□0□

□ $g(x)=e^x-ax-2a$ □

□□ $f(x)$ □□□□□□□□□ $g(x)=\mathrm{e}^x-ax-2a$ □□□□0□□□□

□ $g(x)=\mathrm{e}^x-ax-2a$ □□□□0□□ $g(0)=\mathrm{e}^0-2a=0$ □□□ $a=\dfrac{1}{2}$ □

□□ $g(x)=\mathrm{e}^x-\dfrac{1}{2}x-1$ □□□□□□□□□□□□□0□□□ $f(x)$ □□□□□□□□ $a\neq\dfrac{1}{2}$ □

□ $g'(x)=\mathrm{e}^x-a$

① □ $a\le 0$ □□ $g'(x)=\mathrm{e}^x-a>0$ □□ $g(x)$ □ R □□□□□□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□

② □ $a>0$ □ $a\neq\dfrac{1}{2}$ □□ $g(x)$ □ $(-\infty,\ln a)$ □□□□□□□ $(\ln a,+\infty)$ □□□□□□

$g(x)_{\min}=g(\ln a)=a-a\ln a-2a=-a(1+\ln a)$ □

□i□□ $0<a\le\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ □□ $g(x)_{\min}=g(\ln a)\ge 0$ □□ $g(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□

□ii□□ $a>\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ □ $a\neq\dfrac{1}{2}$ □□ $g(x)_{\min}=g(\ln a)<0$ □

□□ $g(-2)=\mathrm{e}^{-2}>0$ □□□ $g(x)$ □ $(-\infty,\ln a)$ □□□□□□

□□1□□□□ $x>2$ □□ $\mathrm{e}^x-x-2>0$ □□□ $x>4$ □ $x>2\ln(2a)$ □

$$g(x)=\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}\cdot\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}-a(x+2)>\mathrm{e}^{\frac{2\ln(2a)}{2}}\cdot\left(\frac{x}{2}+2\right)-a(x+2)=2a>0$$

□□ $g(x)$ □ $(\ln a,+\infty)$ □□□□□□□□□ $g(x)$ □ R □□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□.

□□□ $f(x)$ □□□□□□□□ a □□□□□□ $\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}},\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$.

8□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=e^x\sin x$ □ e □□□□□□□□□□ $f'(x)$ □ $f(x)$ □□□□□

□1□□□□□ $x\in\left[\dfrac{\pi}{2},\pi\right]$ □□ $f(x)+(x-\pi)\cdot f'(x)\ge 0$ □

□2□□ $g(x)=f(x)-ax$ □□ $0<a<3$ □□□ $g(x)$ □ $(0,\pi)$ □□□□□□□□□□□□ $e^{\frac{\pi}{2}}\approx 4.8$ □

□□□□□1□□□□□□□□□2□□□□□□.

□□□□

□1□□□□□□□□□□□□$\sin x-(\sin x+\cos x)(x-\pi)\geq 0$□□$h(x)=\sin x-(\sin x+\cos x)(x-\pi)$□$x\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$□□□□□□

□□□$h(x)$□□□$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$□□□□□□□$h(x)\geq h(\pi)=0$□□□□□□□□

□2□□□a□□□□□□□□□□□□□□□□□□$g(x)$□$(0,\pi)$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□1□□□□□□□$f'(x)=e^x(\sin x+\cos x)=\sqrt{2}e^x\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$□

□$x\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$□□□□$f(x)+(x-\pi)\cdot f'(x)\geq 0$□□□$\sin x-(\sin x+\cos x)(x-\pi)\geq 0$□

□$h(x)=\sin x-(\sin x+\cos x)(x-\pi)$□$x\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$□

□$h'(x)=\cos x-(\sin x+\cos x)-(\sin x-\cos x)(x-\pi)=-\sin x-(\sin x-\cos x)(x-\pi)<0$□

□$h(x)$□□□$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$□□□□□□□□$h(x)\geq h(\pi)=0$□□□□□□□□

□2□□□□□$g(x)=e^x\sin x-ax$□□$g'(x)=e^x(\sin x+\cos x)-a$□

□$\varphi(x)=g'(x)$□□$\varphi'(x)=2e^x\cos x$□

□$0<x<\frac{\pi}{2}$□□$\varphi'(x)>0$□□$\frac{\pi}{2}<x<\pi$□□$\varphi'(x)<0$□

□□□$g'(x)$□$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$□□□□□□□$\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$□□□□□□

□$g'(0)=1-a$□$g'(\pi)=-e^{\pi}-a<0$.

① □$1-a\geq 0$□□$0<a\leq 1$□□$g'(0)\geq 0$□□$g'\left(\frac{\pi}{2}\right)>0$□□□□$x_0\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$□□□$g'(x)=0$□

□$0<x<x_0$□□$g'(x)>0$□□□$g(x)$□□□□□

□$x_0<x<\pi$□□$g'(x)<0$□□□$g(x)$□□□□□□$x=x_0$□$g(x)$□□□□□□

□$g(0)=0$□□$g(x_0)>0$□□$g(\pi)=-a\pi<0$□□□□□□□□□□□□□□

$g(x)$□$(0,\pi)$□□□□□□□□□□□

② □$1<a<3$□□$g'(0)=1-a<0$□

□□$g'(x)$□$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$□□□□□□□□$\left(\frac{\Pi}{2},\Pi\right)$□□□□□□

$g'\left(\frac{\pi}{2}\right)=e^{\frac{\pi}{2}}-a>0$□□□□□$x_1\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$□$x_2\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$□□□$g'(x_1)=g'(x_2)=0$□

□□$x\in(0,x_1)$□$x\in(x_2,\pi)$□□$g'(x)<0$□□$x\in(x_1,x_2)$□□$g'(x)>0$□

□$g(x)$□$(0,x_1)$□(x_2,π)□□□□□□□□(x_1,x_2)□□□□□□

□$g(0)=0$□□$g(x_1)<0$□□□$g\left(\frac{\pi}{2}\right)=e^{\frac{\pi}{2}}-\frac{\pi}{2}a>e^{\frac{\pi}{2}}-\frac{3\pi}{2}>0$□□□$g(x_2)>0.$

□$g(\pi)=-a\pi<0$□

□□□□□□□□□□□□□$g(x)$□(x_1,x_2)□(x_2,π)□□□□□□□□□

□□□□□□$0<a\leq 1$□□$g(x)$□$(0,\pi)$□□□□□□□□□□□

□$1<a<3$□□$g(x)$□$(0,\pi)$□□□□□□□□

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□1□□x□□□□□□□□□□□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□2□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□3□□□□□□□□$f(x)=0$□□□□□□$a=g(x)$□□□□□□□□□□$y=a$□□□$y=g(x)$□□□□□□□.

9□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)=-\frac{k}{2}x^2+(x-1)e^x$□□□□$k\in\mathbf{R}$□

□1□□$k=0$□□□□□$f(x)$□$(1,0)$□□□□□□

□2□□□□$f(x)$□□□□□□

□3□□$k\le 0$□□□□□□$f(x)$□□□□□.

□□□□(1) $y=ex-e$□(2)□□□□□□□□(3)□$k=0$□□$f(x)$□R□□□□□□□□□$k<0$□□$f(x)$□R□□□□□□.

□□□□

(1) $k=0$□□□$f(x)$□□□□□□□1□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

(2)□$f(x)$□□□$f'(x)$□□k□□□□□□□□□□$f'(x)$□□□□□□□x□□□□□□□□□

(3)□$k=0$□$k<0$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

(1)□$k=0$□□$f(x)=(x-1)e^x$□$f'(x)=xe^x$□□□$f'(1)=e$□□□□$y=e(x-1)$□□$y=ex-e$□

□□□□$f(x)$□$(1,0)$□□□□□□$y=ex-e$□

(2)□□□□$f'(x)=-kx+xe^x=x(e^x-k)$□

□$k\le 0$□□□$x<0$□□$f'(x)<0$□□$x>0$□□$f'(x)>0$□□□□$f(x)$□$(-\infty,0)$□□□□□□□$(0,+\infty)$□□□□□□

□$k>0$□□□$f'(x)=0$□$x=0$□$x=\ln k$□

□$0<k<1$□□□$x<\ln k$□$x>0$□□$f'(x)>0$□□$\ln k<x<0$□□$f'(x)<0$□□□□$f(x)$□$(-\infty,\ln k)$□$(0,+\infty)$□□□□□□□

在 $(\ln k,0)$ 上单调递减，

当 $k=1$ 时，$f'(x)\ge 0$，当且仅当 $x=0$ 时取"="，$f(x)$ 在 R 上单调递增，

当 $k>1$ 时，当 $x<0$ 或 $x>\ln k$ 时，$f'(x)>0$，当 $0<x<\ln k$ 时，$f'(x)<0$，于是得 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 和 $(\ln k,+\infty)$ 上都单调递增，在 $(0,\ln k)$ 上单调递减，

所以，当 $k\le 0$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

当 $0<k<1$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,\ln k)$ 和 $(0,+\infty)$ 上都单调递增，在 $(\ln k,0)$ 上单调递减，

当 $k=1$ 时，$f(x)$ 在 R 上单调递增，

当 $k>1$ 时，$f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 和 $(\ln k,+\infty)$ 上都单调递增，在 $(0,\ln k)$ 上单调递减；

(3)因 $k\le 0$，则当 $k=0$ 时，$f(x)=0$，即 $(x-1)e^x=0$，解得 $x=1$，即 $f(x)$ 在 R 上只有一个零点，

当 $k<0$ 时，显然 $f(0)=-1$，而 $f(1)=-\dfrac{k}{2}>0$，又 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，于是得 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上只有一个零点，

当 $x<0$ 时，$0<e^x<1$，则 $f(x)=-\dfrac{k}{2}x^2+(x-1)e^x>-\dfrac{k}{2}x^2+x-1$，取 $x=\dfrac{2}{k}-1$，于是得

$$f(\frac{2}{k}-1)>-\frac{k}{2}(\frac{2}{k}-1)^2+(\frac{2}{k}-1)-1=-\frac{k}{2}>0,$$

又 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，于是得 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上只有一个零点，

因此得 $f(x)$ 在 R 上有两个零点，

所以，当 $k=0$ 时，$f(x)$ 在 R 上只有一个零点，当 $k<0$ 时，$f(x)$ 在 R 上有两个零点.

10.（2021·吉林·长春外国语学校高二期末（理））已知函数 $f(x)=\dfrac{a(x-1)}{x}+\ln x$.

（1）讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

□2□□ $a<-1$ □□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□

□□□□1□□ $a\ge 0$ □□□□ $f(x)$ □□□ $\left(0,+\infty\right)$ □□□□□□ $a<0$ □□□□ $f(x)$ □□□ $(0,-a)$ □□□□□□□□ $(-a,+\infty)$ □□□□□□2□

□□□□□□

□□□□

□1□□□□□□□□□□□□ a □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□2□□□□□□□□□□□□□□□□□ $a<-1$ □□□□1□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 0□□□□□□□□ a □□□□□

□□□ $a<-1$ □□□□□□□□□□□□ 0 □□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

□1□□□□ $f(x)$ □□□□ $f'(x)=\dfrac{ax-ax+a}{x^2}+\dfrac{1}{x}=\dfrac{x+a}{x^2}$ □ $x>0$

□□□□ $a\ge 0$ □□ $f'(x)>0$ □□□□□□ $f(x)$ □ $\left(0,+\infty\right)$ □□□□

□ $a<0$ □□□ $f'(x)>0$ □□ $x>-a$ □□ $f'(x)<0$ □□ $0<x<-a$ □□□ $f(x)$ □ $(0,-a)$ □□□□□□ $(-a,+\infty)$ □□□□

□2□□ $a<-1$ □□□1□□□ $f(x)$ □ $(0,-a)$ □□□□□□ $(-a,+\infty)$ □□□□

□□ $f(x)_{\min}=f(-a)=a+1+\ln(-a)$ □ $a<-1$

□ $g(x)=x+1+\ln(-x)$ □ $x<-1$ □□ $g'(x)=1+\dfrac{1}{x}>0$ □ $x<-1$ □□□□□□□ $g(x)$ □□□□□□ $g(-1)=0$ □□□ $g(x)<0$ □□□□

□ $f(x)_{\min}=f(-a)<0$ □□□

□□ $a<-1$ □□□ $1<-a$ □□ $f(1)=0$

$e^{a}>-a$ □□ $f(e^{a})=\dfrac{a(e^{a}-1)}{e^{a}}-a=a-ae^{a}-a=-ae^{a}>0$

□□□□ $x_1=1\in(0,-a)$ □ $x_2\in(-a,e^{a})$ □□□□ $f(x_1)=f(x_2)=0$

□□□□ $a<-1$ □□□□ $f(x)$ □□□□□□

□□□□

（1）考察单调性的讨论，求导对参数进行分类讨论即可，属于基础题

（2）零点存在性定理的考察，易得函数最小值小于 0 恒成立，且极值点左边 $f(1)=0$，难点主要是极值点右边的取点，该点大于 $-a$ 且函数值大于 0，根据 $e^x>x$ 恒成立，所以考虑到 $e^a>-a$，所以在右边取点 e^a，代入证明 $f(e^a)>0$，则取点正确

11．（2021·江苏·金陵中学高三开学考试）已知函数 $f(x)=xe^x-2ax+a\ (a\in R)$.

（1）当 $a=0$ 时，求 $f(x)$ 在 $[-2,2]$ 上的最值；

（2）设 $g(x)=2e^x-ax^2$，若 $h(x)=f(x)-g(x)$ 有两个零点，求 a 的取值范围.

【答案】（1）$f(x)_{\min}=-\frac{1}{e}$，$f(x)_{\max}=2e^2$；（2）$(0,+\infty)$.

【分析】

（1）当 $a=0$ 时，$f(x)=xe^x$，对其求导判断单调性，比较极值和端点值即可得最值；

（2）求出 $h(x)=(x-1)(e^x+2a)$，再分情况 $a=0$，$a>0$ 和 $a<0$ 时，判断函数的单调性以及极值，求解函数的零点，即可求解.

【详解】

（1）当 $a=0$ 时，$f(x)=xe^x$，可得 $f'(x)=e^x(x+1)$.

当 $x<-1$ 时，$f'(x)<0$；当 $x>-1$ 时，$f'(x)>0$.

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上单调递减，在 $(-1,+\infty)$ 上单调递增.

因为 $f(-2)=-\frac{2}{e^2}$，$f(2)=2e^2$，$f(-1)=-\frac{1}{e}$，

所以 $f(x)_{\min}=-\frac{1}{e}$，$f(x)_{\max}=2e^2$.

（2）因为 $h(x)=f(x)-g(x)=(x-2)e^x+a(x-1)^2$，

可得：$h(x)=(x-1)(e^x+2a)$.

① 当 $a=0$ 时，$h(x)=(x-2)e^x$，此时 $h(x)$ 只有一个零点，故不成立；

②□$a>0$□□$h(x)$□$(-\infty,1)$□□□□□□□$(1,+\infty)$□□□□□□

□□$h(1)=-e<0$□$h(2)=a>0$□

□$a\ge 2$□□$h(0)=-2+a\ge 0$□

□$0<a<2$□□$\ln\frac{a}{2}<0$□$h\left(\ln\frac{a}{2}\right)=\frac{a}{2}\ln\left(\frac{a}{2}-a\right)+a\left(\ln\frac{a}{2}-1\right)^2=\frac{a}{2}\left[2\left(\ln\frac{a}{2}\right)-3\ln\frac{a}{2}\right]>0$□

$\therefore h(x)$□□□□□□□□□□□□

③□$a<0$□□□$h(x)=0$□□$x=1$□$x=\ln(-2a)$□

□$a=-\frac{e}{2}$□□$h(x)=(x-1)(e^x-e)$□$h(x)\ge 0$□□□□

$\therefore h(x)$□R□□□□□□□□□□□□□□

□$a>-\frac{e}{2}$□□□$\ln(-2a)<1$□

□$x<\ln(-2a)$□$x>1$□□$h(x)>0$□□$\ln(-2a)<x<1$□□$h(x)<0$□

$\therefore h(x)$□$(-\infty,\ln(-2a))$□$(1,+\infty)$□□□□□□□$(\ln(-2a),1)$□□□□□□

□$a<-\frac{e}{2}$□□□$\ln(-2a)>1$□

□$x<1$□$x>\ln(-2a)$□□$h(x)>0$□□$1<x<\ln(-2a)$□□□$h(x)<0$□

$\therefore h(x)$□$(-\infty,1)$□$(\ln(-2a),+\infty)$□□□□□□□$(1,\ln(-2a))$□□□□□□

□$a<0$□□ $h(1)=-e<0$□

$h(\ln(-2a))=(-2a)[\ln(-2a)-2]+a[\ln(-2a)-1]^2=a[(\ln(-2a)-2)^2+1]<0$□

$\therefore h(x)$□□□□□□□□□□□□

□□□ $h(x)=f(x)-g(x)$ □□□□□ a □□□□□ $(0,+\infty)$ □

□□□□

□□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□

① □□□□□□□ $f(x)$ □□ $f'(x)$ □

② □□□□□□□□□ $f'(x)>0$ □ $f'(x)<0$ □□□□□□

③ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

12□□2021·□□□□·□□□□□□□□ $f(x)=x^2-x-x\ln x$ □ $g(x)=x^3-3ax+e$.

□1□□□ $f(x)\ge 0$ □□□□

□2□□ $\max\{m,n\}$ □□ m□n □□□□□.□□□□ $h(x)=\frac{f(x)}{x}-x+2$ □□□□ $\varphi(x)=\max\{h(x),g(x)\}$ □□□□ $\varphi(x)$ □ $(0,+\infty)$

□□□ 2 □□□□□□□ a □□□□□.

□□□□1□□□□□□□2□ $a>\frac{e^2+1}{3}$.

□□□□

□1□ $x^2-x-x\ln x\ge 0$□ $x\in(0,+\infty)$ □□□□□□□ $x-1-\ln x\ge 0$□ $x\in(0,+\infty)$ □□□□□□ $\varphi(x)=x-1-\ln x$ □□□□□□□

$\varphi(x)\ge\varphi(1)=0$.

□2□ $h(x)=1-\ln x$□① $0<x<e$ □□□□□②□ $x=e$ □□□ $g(e)=e^3-3ae+e\le 0$□ $g(e)=e^3-3ae+e>0$ □□□□□③□

$x>e$□ □□ $g(x)$ □ $(e,+\infty)$ □□□□□□□□ $g'(x)=3x^2-3a$□ $a\le e^2$□ $a<\frac{e^2+1}{3}$□ $\frac{e^2+1}{3}<a\le e^2$□ $a>e^2$ □□□ $\varphi(x)$ □

$(0,+\infty)$ □□□□□□□.

□□□□

□1□□□ $f(x)$ □□□□□ $(0,+\infty)$ □

□ $x^2-x-x\ln x\ge 0$ □ $x\in(0,+\infty)$ □□□□□□□ $x-1-\ln x\ge 0$ □ $x\in(0,+\infty)$ □□□□□□ $\varphi(x)=x-1-\ln x$ □□

$\varphi'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$ □.

□ $\varphi'(x)<0$ □□ $0<x<1$ □ $\varphi'(x)>0$ □□ $x>1$ □

□ $\varphi(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□

□□ $\varphi(x)\ge\varphi(1)=0$ □□ $f(x)\ge 0$ □□□.

□2□□□□ $h(x)=1-\ln x\,(0,+\infty)$ □

① □ $0<x<e$ □□ $\varphi(x)\ge h(x)>0$ □□□□□□.

② □ $x=e$ □□ $h(e)=0$ □ $g(e)=e^3-3ae+e$

a.□ $g(e)=e^3-3ae+e\le 0$ □□ $a\ge\frac{e^2+1}{3}$ □□ $x=e$ □ $\varphi(x)$ □□□□□□

b.□ $g(e)=e^3-3ae+e>0$ □□ $a<\frac{e^2+1}{3}$ □□ $x=e$ □□ $\varphi(x)$ □□□□□□.

③ □ $x>e$ □□ $h(x)<0$ □□□□□□□□□□ $g(x)$ □ $(e,+\infty)$ □□□□□□.

□ $g'(x)=3x^2-3a$ □

a.□ $a\le e^2$ □□ $g'(x)>0$ □ $g(x)$ □ $(e,+\infty)$ □□□□□□□ $g(e)=e^3-3ae+e$ □

□ $a<\frac{e^2+1}{3}$ □□ $g(e)>0$ □□ $g(x)$ □ $(e,+\infty)$ □□□□□□ $\varphi(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□ $a=\frac{e^2+1}{3}$ □□ $g(e)=0$ □□ $g(x)$ □ $(e,+\infty)$ □□□□□□ $\varphi(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□ 1 □□□

□ $\frac{e^2+1}{3}<a\le e^2$ □□□ $g(e)<0$ □ $g(2e)=8e^3-6ae+e\ge 8e^3-6e^3+e>0$ □□ $g(x)$ □ $(e,+\infty)$ □□□□□□□□□ $\varphi(x)$ □

$(0,+\infty)$ □□ 2 □□□

□□ $\frac{e^2+1}{3} < a \le e^2$ □.

b.□ $a > e^2$ □□□ $g'(x)=0$ □ $x=\pm\sqrt{a}$ □

□ $g'(x)<0$ □□ $e<x<\sqrt{a}$ □□ $g'(x)>0$ □ $x>\sqrt{a}$ □ $g'(x)<0$ □

□ $g(x)$ □ $(e,\sqrt{a})$ □□□□□□ $g(x)$ □ $(\sqrt{a},+\infty)$ □□□□□□

□ $g(e)<0$ □ $g(2a)=8a^3-6a^2+e\ge 2a^2+e>0$ □□ $g(x)$ □ $(e,+\infty)$ □□□□□□□□□ $\varphi(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□ 2 □□□□

□□ $a>e^2$ □.

□□□□□ $a>\frac{e^2+1}{3}$ □□ $\varphi(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□.

13□□2021·□□□□·□□□□□□□□□ $f(x)=\ln x-x+2\sin x$ □ $f'(x)$ □ $f(x)$ □□□□.

□1□□ $g(x)=f'(x)$ □□□□ $g(x)$ □ $\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$ □□□□□□□□

□2□□□□ $f(x)$ □ $(0,\pi)$ □□□□□□□□□□□□.

□□□□□1□□□□□□□□2□□□□□□.

□□□□

□1□□□□ $g(x)$ □□□ $g'(x)$ □□ $g(x)$ □ $\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□2□□□1□□ $g(x)$ □ $(0,\pi)$ □□□□□□ α □□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□ $f(\alpha)>0,\ f\left(\frac{1}{e^2}\right)<0,\ f(\pi)<0$ □□□□□□□

□□□□□□□□□.

□□□□

□1□ $g(x)=f'(x)=\frac{1}{x}-1+2\cos x$ □

□ $x\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$ □□ $g'(x)=-2\sin x-\frac{1}{x^2}<0$ □

□□ $g(x)$ □ $\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$ □□□□□

□□□ $g\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{\pi}-1+1>0$ □ $g\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{2}{\pi}-1<0$ □

□□ $g(x)$ □ $\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$ □□□□□□□ α □□□□□□□□

□2□□ $x\in(0,\pi)$ □□ $g'(x)=-2\sin x-\frac{1}{x^2}<0$ □

□(1)□ $g(x)$ □ $(0,\pi)$ □□□□□□□□□ α □

□ $x\in(0,\alpha)$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □ $(0,\alpha)$ □□□□□;

□ $x\in(\alpha,\pi)$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □ (α,π) □□□□□;

□□ $f(x)$ □ $(0,\pi)$ □□□□□□□□□□ $\alpha\left(\frac{\pi}{3}<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ □

□□ $f(\alpha)>f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\ln\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}+2>2-\frac{\pi}{2}>0$ □

□□□ $f\left(\frac{1}{e^2}\right)=-2-\frac{1}{e^2}+2\sin\frac{1}{e^2}<-2-\frac{1}{e^2}+2<0$ □

□□ $f(x)$ □ $(0,\alpha)$ □□□□□□□□

□□□ $f(\pi)=\ln\pi-\pi<2-\pi<0$ □

□□ $f(x)$ □ (α,π) □□□□□□□□□

$f(x)$ □ $(0□\pi)$ □□□□□□□□□□□□

□□□□

□□□.

14□□2021·□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=(x+1)\ln(x+1)-(x+1-m)\ln x$ □□□□□ $f'(x)$.

□1□□ $m=0$ □□□□□ $f'(x)<0$ □

□2□□ $f(x)$ □□□□□□□□ m □□□□□.

□□□□□1□□□□□□□□2□ $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$.

□□□□

□1□□□□□□ $f'(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{x}$ □□□□ $G(t)=\ln(1+t)-t(t>0)$ □□□□□□□□□□ $G(t)<0$ □□□□□□

□2□□□□□□□□□ $\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)<\frac{1}{x}$ □□□ $m<0,0\le m\le 1,m>1$ □□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□

$f'(x)=\ln(x+1)-\ln x+\frac{m-1}{x}=\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)+\frac{m-1}{x}$.

□1□□ $m=0$ □□ $f'(x)=\ln(x+1)-\ln x-\frac{1}{x}=\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{x}$

□ $G(t)=\ln(1+t)-t$ □□ $G'(t)=\frac{1}{1+t}-1=-\frac{t}{t+1}$ □□□ $G(t)$ □ $(-1,0)$ □□□□□□□ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□ $G(0)=0$ □□

$G(t)\le 0$.

□□ $\frac{1}{x}>0$ □□□ $\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{x}<0$ □□ $f'(x)<0$.

□2□□□□ $f(1)=2\ln 2>0$.

① □ $m<0$ □ $f'(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)+\frac{m-1}{x}<\frac{1}{x}+\frac{m-1}{x}=\frac{m}{x}<0$ □□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ $x_2=e^{-\frac{2}{m}}>1$ □□

$$f(x_2)=(x_2+1)\ln\left(1+\frac{1}{x_2}\right)+m\ln x_2<\frac{1+x_2}{x_2}+m\ln x_2<2+m\ln x_2=0$$

□□□□□□ $a\in(1,x_2)$ □□ $f(a)=0$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□.

② □ $0\le m\le 1$ □□ $0<x\le 1$ □□ $-\ln x\ge 0$ □□ $x+1-m>0$ □□□ $f(x)>0$ □

□ $x>1$ □□ $f(x)=(x+1)\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)+m\ln x>0$.

□ $f(x)>0$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□.

③ □ $m>1$ □□ $x\in(0,+\infty)$ □ $f'(x)>0$ □□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□.

□ $x_0<m-1$ □ $x_0<e-1$ □□ $x\in\left(0,e^{\frac{e}{x_0+1-m}}\right)$ □□ $f(x)<-(x_0+1-m)\ln x+e=0$.

□□□□□□ b □□ $f(b)=0$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□.

□□□□ $f(x)$ □□□□□□□ $m\in(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$.

□□□□

□□□

15□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□ $f(x)=\ln(x+m)-xe^{-x}$.

□1□□ $f(x)$ □□□□□ $(1,f(1))$ □□□□□□□ $x-2y=0$ □□□□ m □□□

□2□□□1□□□□□□□□□□ $x>0$ □□ $f(x)>0$ □

□3□□ $m>1$ □□□ $f(x)$ □□□□□.

□□□□□1□ $m=1$ □□2□□□□□□□□3□□□□□□.

□□□□

□1□□□□□□□□□□□□□□

□2□□□□□□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□ $f(0)=0$ □□□□□ $f(x)>0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□

□3□□□2□□□□ $m>1$ □ $x>0$ □□ $f(x)>\ln(x+1)-xe^{-x}>0$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□□ $x+m>0$ □□□ $x>-m$ □

□ $x\in(-m,0)$ □□□□□□□□□

□□□□

□□□1□□□ $f(x)$ □□□□□ $(1,f(1))$ □□□□□□□ $x-2y=0$ □□□

□□ $f(1)=\dfrac{1}{2}$ □

□□ $f'(x)=\dfrac{1}{x+m}+(x-1)e^{-x}$ □

□□ $f'(1)=\dfrac{1}{1+m}=\dfrac{1}{2}$ □□□ $m=1$.

□2□□□1□□□ $m=1$ □□ $f'(x)=\dfrac{1}{x+1}+(x-1)e^{-x}=\dfrac{e^x+x^2-1}{(x+1)e^x}$ □

□ $x>0$ □□□□ $f'(x)>0$ □□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□□ $f(0)=0$ □□□ $f(x)>0$ □ $(0,+\infty)$ □□□□.

□3□□□2□□□□ $m>1$ □ $x>0$ □□ $f(x)>\ln(x+1)-xe^{-x}>0$ □

□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ $x\in(-m,0)$ □□ $f'(x)=\dfrac{1}{x+m}+(x-1)e^{-x}=\dfrac{e^x+x^2+(m-1)x-m}{(x+m)e^x}$ □

□ $g(x)=e^x+x^2+(m-1)x-m$ □ $x\in(-m,0)$ □

□ $g'(x)=e^x+2x+m-1$ □□□□□

□ $g'(-m)=e^{-m}-2m+m-1=e^{-m}-m-1<0$ □

$g'(0)=m>0$ □

□□ $g'(x)$ □ $(-m,0)$ □□□□□□□□□□ x_0 □

□ $x\in(-m,x_0)$ □□ $g'(x)<0$ □ $x\in(x_0,0)$ □□ $g'(x)>0$ □

□□ $g(x)$ □ $(-m,x_0)$ □□□□□□□ $(x_0,0)$ □□□□□□

□□ $m>1$ □

□□ $g(-m)=e^{-m}>0$ □ $g(0)=1-m<0$ □

□□ $g(x_0)<g(0)$ □□□ $g(x_0)<0$ □

□□ $g(x)$ □ $(-m,x_0)$ □□□□□□□ x_1 □□□ $(x_0,0)$ □□□□□□

□ $x\in(-m,x_1)$ □□ $g(x)>0$ □ $x\in(x_1,0)$ □□ $g(x)<0$ □

□□ $f(x)$ □ $(-m,x_1)$ □□□□□□□ $(x_1,0)$ □□□□□□□ $f(0)=\ln m>0$ □

□□ $f(x)$ □ $(-m,0)$ □□□□□□□□□

□ $x_2=-m+e^{-me^m}\in(-m,0)$ □

□□ $f(x_2)<\ln(x_2+m)+me^m=0$ □

□□□□□□□□□□□ $f(x)$ □ $(-m,0)$ □□□□□□□□

□ $f(0)$□□ 0□□□ $f(x)$ □ $(-m,+\infty)$ □□□□□□□.

□□□□

□□□□□□ $x\in(-m,0)$ □□ $f'(x)=\frac{1}{x+m}+(x-1)e^{-x}=\frac{e^x+x^2+(m-1)x-m}{(x+m)e^x}$ □□ $g(x)=e^x+x^2+(m-1)x-m$ □

$x\in(-m,0)$ □□ $g'(x)=e^x+2x+m-1$ □□□□□□

$g'(-m)=e^{-m}-2m+m-1=e^{-m}-m-1<0$ □ $g'(0)=m>0$ □□□ $g'(x)$ □ $(-m,0)$ □□□□□□□□□□ x_0 □□□□□□□ $g(x)$ □

$(-m,x_0)$□□□□□□□x_1□□□□□□□□□□□□

16□□2021·□□·□□□□□□□□□□□□□□□□□□□$f(x)=\ln x$□$g(x)=x-2\sin x$□

□1□□$g(x)$□$(0,\pi)$□□□□

□2□□□□$h(x)=f(x)-g(x)$□$(0,2\pi)$□□□□□□□□□

□□□□1□□□$\frac{\pi}{3}-\sqrt{3}$□□□□□□□2□□□□□□□

□□□□

□1□□□$g'(x)=1-2\cos x$□□□□□□□□□$g(x)$□$(0,\pi)$□□□□□□□□□□□□□□$g(x)$□$(0,\pi)$□□□□

□2□□□□□□□□□□$h(x)$□□□$(0,\pi)$□$[\pi,2\pi)$□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□.

□□□□

□1□□$g'(x)=1-2\cos x$□$x\in(0,\pi)$□

□$0<x<\frac{\pi}{3}$□□$g'(x)<0$□□□□□$g(x)$□□□□□

□$\frac{\pi}{3}<x<\pi$□□$g'(x)>0$□□□□□$g(x)$□□□□□

□□□□□$g(x)$□□□□□$g\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\pi}{3}-\sqrt{3}$□□□□□□

□2□□□□$h(x)=f(x)-g(x)=\ln x-x+2\sin x$□□□$0<x<2\pi$.

□$h'(x)=\frac{1}{x}-1+2\cos x$□□$\varphi(x)=\frac{1}{x}+2\cos x-1$□□$\varphi'(x)=-\frac{1}{x^2}-2\sin x$.

□$x\in(0,\pi)$□□$\varphi'(x)=-\frac{1}{x^2}-2\sin x<0$□□$\varphi(x)$□$(0,\pi)$□□□□□□

$\varphi\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{\pi}>0$□$\varphi\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{2}{\pi}-1<0$□

□□□□□ $x_0\in\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$ □□□ $\varphi(x_0)=h'(x_0)=0$.

□ $0<x<x_0$ □□ $h'(x)>0$ □□□□□ $h(x)$ □ $(0,x_0)$ □□□□□□

□ $x_0<x<\pi$ □□ $h'(x)<0$ □□□□□ $h(x)$ □ (x_0,π) □□□□□.

$\therefore h(x)_{□□□}=h(x_0)$,

□ $h\left(\frac{\pi}{3}\right)=\ln\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{3}+\sqrt{3}>0$ □ $h(\pi)=\ln\pi-\pi<\ln e^2-\pi=2-\pi<0$ □□ $h(x_0)>h\left(\frac{\pi}{3}\right)>0$ □□ $h\left(\frac{\pi}{6}\right)=\ln\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{6}+1$ □

□ $m(x)=\ln x-x+1$ □□□ $0<x<1$ □□ $m'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}>0$ □

□□□□□ $m(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□ $m(x)<m(1)=0$ □□□□ $h\left(\frac{\pi}{6}\right)=\ln\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{6}+1<0$.

□□□□□□□□□□□□□ $h(x)$ □ $(0,\pi)$ □□□□□□□

□ $x\in[\pi,2\pi)$ □□ $2\sin x\le 0$ □ $h(x)=\ln x-x+2\sin x\le\ln x-x$ □

□ $y=\ln x-x$ □□ $y'=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}<0$ □□□□ $x\in[\pi,2\pi)$ □□□□

□□□ $\ln x-x\le\ln\pi-\pi<0$ □

□□□□□ $h(x)$ □ $[\pi,2\pi)$ □□□□□□

□□□□□□□ $h(x)=f(x)-g(x)$ □ $(0,2\pi)$ □□□□□□□□□.

□□□□

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□1□□□ x □□

□2□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□3□□□□□□□□□□ $f(x)=0$ □□□□□□ $a=g(x)$ □□□□□□□□□□□ $y=a$ □□□ $y=g(x)$ □□□□□□□□.

17□□2021·□□·□□□□□□□□□□□ $f(x)=\frac{1}{2}x^2-(a+1)x+a\ln x$.

□1□□ $a=1$ □□□□ $y=f(x)$ □□ $(1,\ f(1))$ □□□□□□□

□2□□ $a<1$ □□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□.

□□□□□1□ $y=-\frac{3}{2}$ □□2□□□□□□.

□□□□

□1□□□ $a=1$ □□□ $x=1$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□2□□ $f'(x)$ □□□□□□ a □□□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□□□.

□□□□

□□□1□□ $a=1$ □□ $f(1)=\frac{1}{2}-2+\ln 1=-\frac{3}{2}$

$f'(x)=\frac{(x-1)^2}{x}$ □ $k=f'(1)=0$ □

□□□□□□ $y-(-\frac{3}{2})=k(x-1)$ □□ $y=-\frac{3}{2}$

□□□□ $y=f(x)$ □□ $(1□f(1))$ □□□□□□□□ $y=-\frac{3}{2}$.

□2□ $f(x)$ $(0,+\infty)$ □□□□□

$f'(x)=\frac{(x-a)(x-1)}{x}$

□ $f'(x)=\frac{(x-a)(x-1)}{x}=0$ □□□ $x_1=a, x_2=1$

①□ $0<a<1$ □□ $f(x)$ □ $f'(x)$ □□□ $(0,+\infty)$ □□□□□□□

x	$(0,a)$	a	$(a,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	□□□	↘	□□□	↗

$f(x)$ □ $(0,a)$ □□□□□ $(a,1)$ □□□□□ $(1,+\infty)$ □□□.

□□ $f(x)_{□□□} = f(a) = -\frac{1}{2}a^2 - a + a\ln a < 0$□

$f(2a+2) = a\ln(2a+2) > a\ln 2 > 0$□

□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□

②□ $a=0$ □□ $f(x)=\frac{1}{2}x^2 - x$ □□ $f(x)=0$ □ $x_1=2, x_2=0$ □□□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□.

③□ $a<0$ □□ $f(x)$ □ $f'(x)$ □□□ $(0,+\infty)$ □□□□□□□

x	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	□□□	↗

□□ $f(x)_{□□□} = f(1) = -a-\frac{1}{2}$□

□ $a<-\frac{1}{2}$ □□ $f(x)_{min} = f(1) = -a-\frac{1}{2} > 0$□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

□ $a=-\frac{1}{2}$ □□ $f(x)_{min} = f(1) = -a-\frac{1}{2}=0$□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□

□ $-\frac{1}{2}<a<0$ □□ $f(x)_{min} = f(1) = -a-\frac{1}{2}<0$□

$f(e^{\frac{1}{a}}) = \frac{1}{2}e^{\frac{2}{a}} - e^{\frac{1}{a}} - ae^{\frac{1}{a}} + 1 = \frac{1}{2}(e^{\frac{1}{a}}-1)^2 - ae^{\frac{1}{a}} + \frac{1}{2} > 0$□

$f(4) = 8-4(a+1)+a\ln 4 > 4-\frac{1}{2}\ln 4 = 4-\ln 2 > 0$□

□□ $f(x)$ □□□□□.

□□□□□

□ $0\le a<1$ □ $a=-\frac{1}{2}$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□

□ $-\frac{1}{2}<a<0$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□□

□ $a<-\frac{1}{2}$ □□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□.

□□□□

思路点睛：（1）研究函数的零点问题，可以参变分离，可以求导分类讨论.（2）分类讨论时，需确定函数的单调区间以及应用零点存在性定理确定是否有无零点.

学科网中小学资源库

扫码关注

可**免费**领取**180套**PPT教学模版

✦ 海量教育资源 一触即达

✦ 新鲜活动资讯 即时上线